<u>עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכתה יוד – רמת 5 יח"ל</u>

<u>אלגברה</u>

כתבו תחום הגדרה ופשטו את הביטויים הבאים (צמצמו)

$$\frac{2x^2-20x}{x^3+8x^2-20x}\cdot\frac{x^2+20x+100}{2x^2-200}$$

$$\frac{3x^2}{(x-1)^2}\cdot\frac{(x-1)^3}{9x}$$

$$\frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}:\left(\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x^2-9}{x-3}\right)$$

$$\frac{2x^2+12x+18}{3x^2-9x}:\frac{x^2-9}{-x}$$

$$\left(\frac{1}{a^2-2a-3}+\frac{1}{2a^2-a-3}\right)\cdot\left(a-\frac{3}{a-2}\right)$$

$$\frac{5x^3y^5}{5b^2}\cdot\frac{\left(-40b^9\right)}{24x^4y^3}$$

$$\frac{3ax+bx}{9a^2+6ab+b^2}:\frac{3ax-bx}{9a^2-b^2}$$

כתובת: דרך הים 9 גני תקווה 5591237
פקס: 03-678-2991 סמל מוסד: 719542
דוא"ל: info@metar.edum.org.il אתר: www.meitargt.edu1.org.il

$$\left(a+\frac{2a}{a+1}-2\right):\left(\frac{a}{a+1}-\frac{1}{1-a}-\frac{2a}{a^2-1}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{x+2}\right)^2+\frac{2x+3}{(x+2)^2}$$

פתור את המשוואות הבאות:

1. $\frac{x^2-9}{x+3}=x^2-15$
2. $6x^2-2x=0$
3. $(3x+1)^2-4(2x-1)^2-x(x-1)=-(x-7)^2$
4. $3x(x-2)-x^2=(x-3)(x+5)$
5. $x^2+(x-8)^2-10=(3x-1)(x-5)$
6. $\frac{x+1}{2x-3}-\frac{7x}{4x^2-9}-1=\frac{x-4}{2x+3}$
7. $\frac{3}{x^2-2x}-\frac{3}{2}=\frac{1}{4-2x}$

8. $\frac{x+1}{2x-8}-\frac{5x+2}{3x+12}=1+\frac{9}{x^2-16}$

9. $\frac{3}{1-4x^2}-\frac{2}{4x^2+4x+1}=\frac{1}{4x^2-4x+1}$

10. $\frac{x+1}{x^2+16x+64}=\frac{1}{x^2+4x-32}$

11. $\begin{cases} x=2y+4 \\ x\cdot y=16 \end{cases}$

12. $\begin{cases} y-x=-3 \\ 2x^2-y^2-2y=29 \end{cases}$

13. $\begin{cases} \frac{9}{x}+\frac{4}{y}=5 \\ x+3y=9 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

פקס: 03-678-2991 סמל מוסד: 719542
דוא"ל:info@metar.edum.org.il אתר:www.meitargt.edu1.org.il

.15 $$\frac{1}{x^2-3x}=\frac{-4}{x^2+2x-15}-\frac{1}{2x+10}$$

.16 $$\frac{x-1}{2x-3}-\frac{x}{x+1}=\frac{6x+1}{2x^2-x-3}$$

.17 $$\frac{9x}{8x^2-50}+\frac{5}{2x^2-5x}=\frac{1}{x}$$

.18 $$\frac{3}{2x+2}+\frac{4}{x^2-1}=\frac{3x}{2(x-1)^2}$$

.19 $$\frac{x}{x-3}+\frac{1}{x+2}=\frac{4x+3}{x^2-x-6}$$

.20 $$\frac{x-1}{x-4}-\frac{4x-1}{x^2-3x-4}=\frac{x}{x+1}$$

.21 $$\frac{x^2-25}{x+5}=x^2-17$$

.22 $$\frac{x^3-3x^2}{x-3}=6x-9$$

.23 $$11\left(\frac{1}{2x+6}-\frac{2}{11}\right)=\frac{3}{9-x^2}-1$$

.24 $$\begin{cases}5x+2y=16\\3x+5y=21\end{cases}$$

.25 $$\begin{cases}x+3(y+2)=14-x\\5(x-2)+2y=1-2x\end{cases}$$

26 . פתור את המשוואות ללא פתיחת סוגריים:

א. $(x-2)^2=49$ ב. $(x+4)^2=100$

27

לפניכם הביטוי: $\frac{a^2-4}{a-2}$

דניאל צמצמה כך: $\frac{\cancel{a^2}^{\,a}-\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{a}-\cancel{2}}=a-2$

עודד צמצם כך: $\frac{a^2-4}{a-2}=\frac{(a+2)\cancel{(a-2)}}{\cancel{a-2}}=a+2$

איילת צמצמה כך: $\frac{\cancel{a^2}^{\,a}-4}{\cancel{a}-2}=\frac{a-4}{-2}$

מי מהתלמידים פתר נכון? נמקו.

28

. חשבו את הערך של a^2-b^2 במשוואה הבאה: $\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}-\frac{3}{b-a}=a+b$

29

. א. הסבירו מדוע $\sqrt{a^2+b^2}\neq a+b$ עבור $a,b>0$?
(רמז: יש להעלות את הביטויים בריבוע)

ב. הסבירו מדוע $\sqrt{a^2-b^2}\neq a-b$ עבור $a,b>0$?

30

את המשוואות הבאות פתרו בשתי דרכים שונות:

א. $\frac{x^2-9}{2x-6}=1$

ב. $\frac{(x+7)^2-4}{x+5}=0$

31

נתונה המשוואה $\frac{x^2-9}{x-3}=x^2-4x+9$.

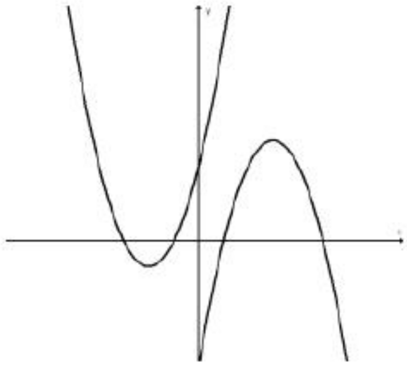
א. איזה מספר אסור להציב באגף שמאל של המשוואה?

ב. פשט את אגף שמאל של המשוואה.

ג. פתור את המשוואה שקיבלת בסעיף ב'.

ד. האם שני הפתרונות שקיבלת בסעיף ג' מקיימים את המשוואה הנתונה?

פונקציות וגרפים



1. נתונות שתי פונקציות ריבועיות:

$f(x) = -(x-3)^2 + 4$

$g(x) = (x+2)^2 - 1$

א. חשבו את המרחק בין שתי נקודות החיתוך של הגרפים עם ציר ה- y

ב. כתבו את הביטוי האלגברי של הקו הישר העובר בין נקודות הקדקוד של שתי הפונקציות.

ג. כתבו את התחום בו שתי הפונקציות חיוביות.

3. נתונה משפחה של פונקציות ריבועיות מהצורה $f(x) = x^2 + bx + c$.

לכל אחד מהמקרים הבאים תנו דוגמה לערכים המתאימים עבור b ו-c והוכיחו את תשובתכם. בנוסף, רשמו מהי נקודת הקיצון בכל אחד מהמקרים.

א. נקודת הקיצון של הגרף היא $(0,0)$.

ב. נקודת הקיצון של הגרף היא על ציר ה- y.

ג. נקודת הקיצון של הגרף היא על ציר ה- x.

ד. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $y = -3$.

ה. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $x = 2$.

ו. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $y = x$.

פקס: 03-678-2991 סמל מוסד: 719542
דוא"ל: info@metar.edum.org.il אתר: www.meitargt.edu1.org.il

4. נתונות הפונקציות $y = mx + 5$, $y = a(x-2)^2 - 3$.

א. מה צריך להיות הערך של m אם נתון שהגרף של הפונקציה הקווית עובר דרך הקדקוד של הפונקציה הריבועית?

ב. מה צריך להיות הערך של a אם נתון שהגרף של הפונקציה הריבועית עובר דרך נקודת החיתוך עם ציר ה- y של הפונקציה הקווית?

5. א. חשבו את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות:

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ ו- $g(x) = -2x + 2$

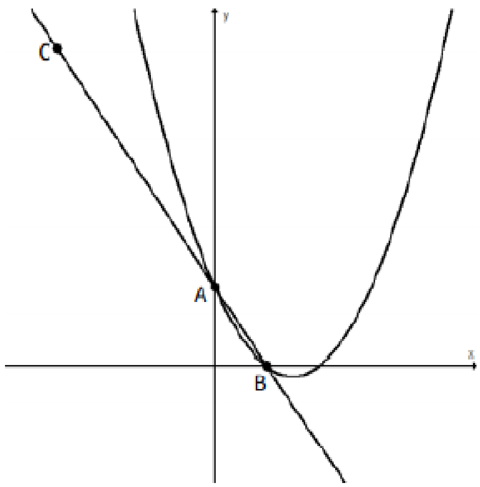
ב. קבעו באיזה תחום $f(x) > g(x)$

ג. נתון: הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$

שיעור ה- x של הנקודה C הוא -3.

חשבו את אורך הקטע BC

ד. כתבו משוואה של פונקציה קווית שאינה חותכת את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$



6. נתונות הפונקציות

$f(x) = x^2 + 10x + 16$

$g(x) = 2x + 9$.

הגרפים של הפונקציות משורטטים.

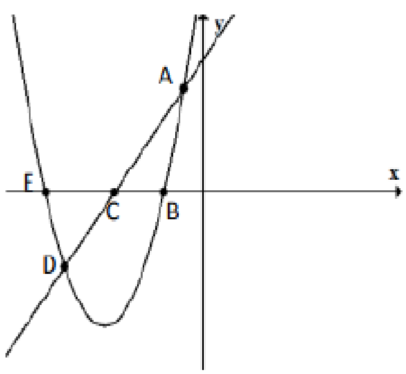
א. שרטטו משולש ABC וחשבו את שטחו.

ב. שרטטו משולש DEC וחשבו את שטחו.

ג. חשבו את שטח המרובע ABDE

ד. מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך הנקודות D ו- B.

ד. מצאו את התחום המשותף בו $f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$



גאומטריה

1

במלבן ABCD מחלק האלכסון AC את הזווית DCB

ביחס של 2 : 1 = $\alpha : \beta$

הנקודה M היא על המשך DB כך ש- α = $\sphericalangle BCM$

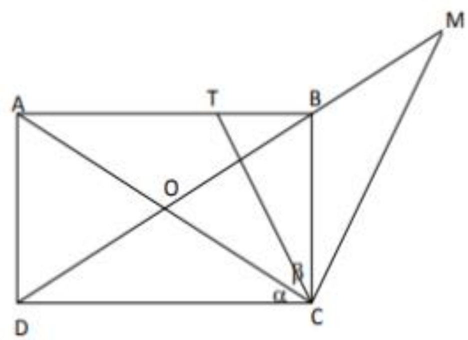
א. חשבו את α

ב. הוכיחו כי DM = 3BC

עוד נתון α = $\sphericalangle BCT$ הוכיחו :

ג. משולש ATC הוא משולש שווה שוקיים

ד. AT = 2TB



2

DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC

הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש DK = BK

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית

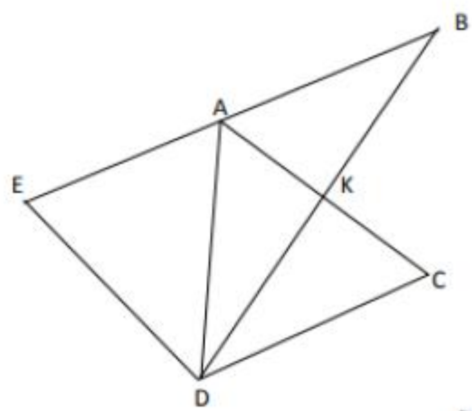
ב. נתון עוד : הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים EA = AB

הוכיחו כי KC = 0.5ED

ג. נתון כי $\sphericalangle EDB = 90°$

הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מעוין

ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.



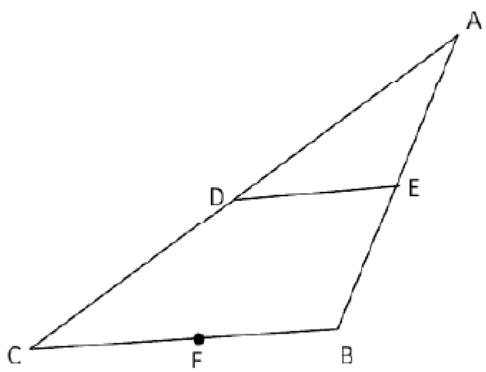
3

ΔABC שווה שוקיים **($BC = AB$)**

DE קטע אמצעים במשולש

הנקודה **F** היא אמצע **BC**

הוכיחו: $DB \perp FE$



4

DE , **EF** קטעי אמצעים במשולש **ABC**.

א. אילו מהטענות הבאות נכונות תמיד?

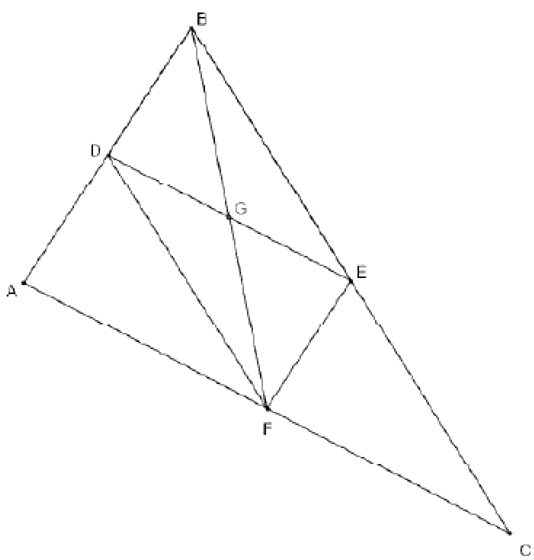
I. $EG = DG$

II. **BF** תיכון לצלע **AC**

III. $FD \perp AB$

IV. $2 \cdot GE = FC$

ב. בחרו אחת מהטענות שבחרתם בסעיף א' כנכונות והוכיחו אותה.



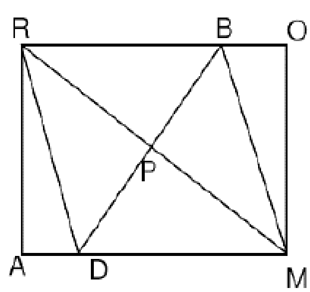
5

הנקודה **P** היא מפגש האלכסונים במלבן **ROMA**

הקטע **BD** עובר דרך הנקודה **P**

$BD \perp RM$

הוכיחו: המרובע **RBMD** הוא מעוין



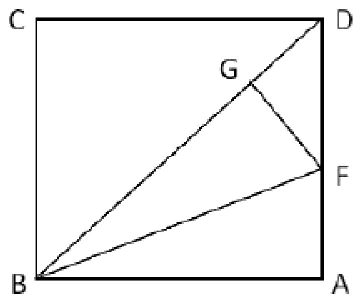
6

BD הוא אלכסון בריבוע **ABCD**.

הקטע **BF** חוצה את הזווית **ABD∢**

הקטע **FG** מאונך לאלכסון **BD**

הוכיחו: **GD = AF**



7

נתון: **∢ACB = 90°**

BD = AD, **NA = ND**

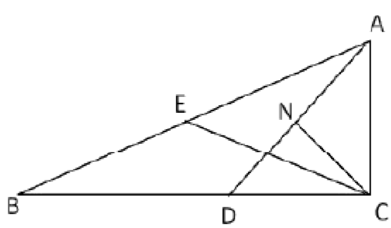
CE תיכון ל- AB

הוכיחו:

א. **∢NDC = 2∢ABD**

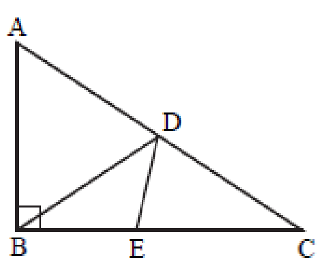
ב. **∢NDC = ∢NCD**

ג. **CE** חוצה **∢NCD**



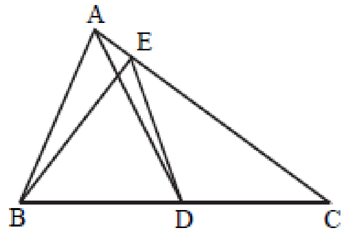
8

BD הוא התיכון ליתר AC **במשולש**
ישר-זווית ABC $(\sphericalangle ABC = 90^\circ)$.
הנקודה E **נמצאת על הניצב** BC
כך שמתקיים $DC = EC$. **נתון** : $\sphericalangle DBE = \alpha^\circ$.
א. **הבע באמצעות** α **את הזווית** BDE .
ב. **נתון** : $BE = DE$. **חשב את** α .



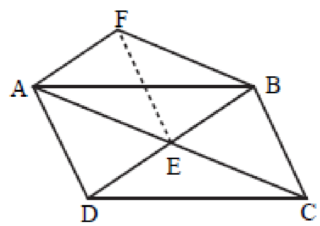
9

AD הוא התיכון לצלע BC
ו- BE הוא הגובה לצלע AC
במשולש ABC .
הוכח : $BD = DE$.



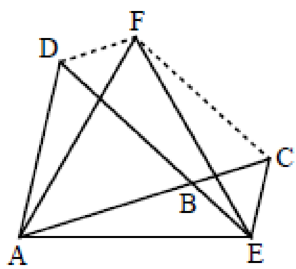
10

אלכסוני המקבילית $ABCD$ **נפגשים בנקודה** E .
נתון : $BE \parallel AF$, $AE \parallel BF$.
א. הוכח : **המרובע** $FBCE$ **הוא מקבילית.**
ב. הוכח : **מרובע** $FEDA$ **הוא מקבילית.**



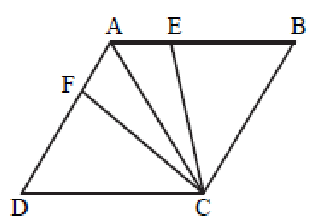
11

המשולשים BCE , ABD ו- AEF **הם**
משולשים שווי-צלעות.
א. הוכח : $\Delta BAE \cong \Delta DAF$.
ב. הוכח : $DF = BC$.
ג. הוכח : **המרובע** $DBCF$ **הוא מקבילית.**



12

הנקודות E ו- F **נמצאות על הצלעות**
AB ו- AD **של מעוין** $ABCD$.
נתון : $\sphericalangle BCE = \sphericalangle DCF$.
הוכח : $FE \parallel DB$.

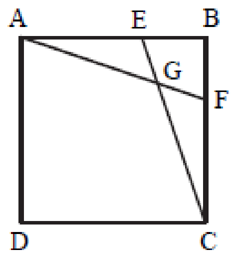


13

בריבוע ABCD הנקודות E ו- F נמצאות על הצלעות AB ו- BC בהתאמה. נתון: $BE = BF$.

א. הוכח: $AF = CE$.

ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.



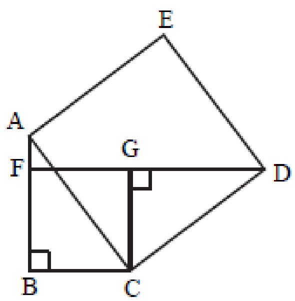
14

המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$).

על היתר AC בנו ריבוע ACDE.

נתון: $DF \parallel BC$, $CG \perp DF$.

הוכח: המרובע BCGF הוא ריבוע.



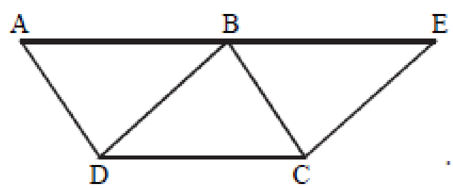
15

המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB. נתון: $DC = BE$.

א. הוכח: המרובע DBEC הוא מקבילית.

ב. הוכח: $S_{ABCD} = S_{DBEC}$.



16

אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O.

המרובע BCOE הוא מקבילית.

א. הוכח: המרובע AOBE הוא מלבן.

ב. הוכח: $S_{AOBE} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD}$.