

עבודת קיץ למסיימי יוד 5 יח"ל – תשפ"ה

תלמידות ותלמידים יקרים,

מצורפת עבודה המסכמת את הנושאים שנלמדו השנה.

אנו ממליצים לכם לחזור על החומר שנלמד לפני שתתחילו לפתור את העבודה, וכן לפזר את העשייה לאורך החופש (תלמידים אשר יכינו את כל העבודה בתחילת החופש יצטרכו לחזור על החומר בסוף החופש, ותלמידים אשר ישאירו הכל לסוף החופש לא יספיקו לסיים).

בתחילת שנת הלימודים הבאה, ייערך מבחן על שאלות הלקוחות מתוך עבודה זו או שאלות הדומות ברמתן לכל התלמידים.

לקראת המבחן בשנה הבאה עליכם להגיש את העבודה כתובה בצורה מסודרת, כולל עמוד ראשון בו רשימה של כל התרגילים ו**סימון הסטטוס** של התרגיל.

רוב התרגילים בעבודה לקוחה מחוברת הברוויות 571. סרטוני פתרונות מוצגים באתר mygeva ויכולים לשמש בעת הצורך אם נתקעתם במהלך הפתרון וכן מספר הלימוד של ארכימדס לכיתה יוד.

קישור לחוברת הברוויות :

[חוברת בברוויות](#)

תזכורת לנושאים הלימוד השנה המופיעים בעבודה :

נושא	נושאים עיקריים
דיפרנציאלי	חקירות מלאות של פולינום ומנה. חקירת פונקציית שורש ריבועי. שיפוע המשיק ומשוואת משיק קשר בין הגרף לנגזרת. טרנספורמציות (הזזה אופקית , אנכית , היפוך , ערך מוחלט , העלאה בריבוע , הלאה בחזקה זוגית ואי זוגית) , כפל בקבוע
גאומטריה	משפט תאלס, משפט חוצה זווית , דמיון משולשים. כל משפטי המעגל (זוויות מרכזיות והיקפיות, משיקים) דמיון במעגל, כולל יחסי שטחים במידת הצורך ניתן להיעזר גם במשפט : במרובע חסום במעגל סכום זוויות נגדיות הוא 180 מעלות
טריגונומטריה	משפט הסינוסים והקוסינוסים במשולשים ומרובעים כולל זהויות בסיסיות. במידת הצורך ניתן להיעזר גם בזהות : $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$



מחכים לכם בשנה הבאה

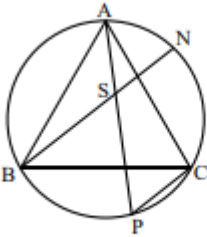
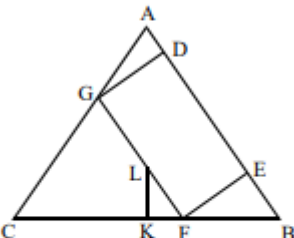
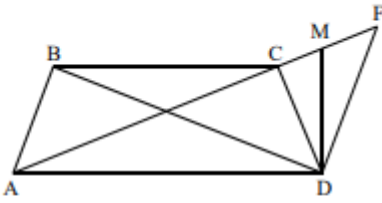
חופשה טובה ורגועה,

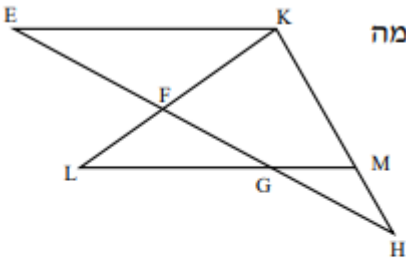
שלכם, צוות 5 יחידות

גאומטריה

מס	מבחן מספר	עמוד	שאלה	סטטוס
1	מבחן דוגמא 4	34	4	
2	מבחן דוגמא 6	55	4	
3	מבחן 7	62	4	
4	מבחן 10	87	4 – בלי סעיף ג	
5	מבחן 11	96	4	
6	מבחן 13	48	4	
7	מבחן 14	125	4 – בלי סעיף ד	

שאלות נוספות

8	 ABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל. N ו-P הן נקודות על המעגל. BN ו-AP נפגשים בנקודה S (ראה ציור). נתון: $PC \parallel BN$. הוכח כי: א. המשולש BSP הוא שווה-צלעות. ב. המרובע SPCN הוא מקבילית. ג. $AN = PC$.	
9	 במשולש שווה-שוקיים ABC ($AC = AB$) חסום מלבן GFED כך שהקדקודים D ו-E מונחים על הצלע AB, והקדקודים G ו-F מונחים על הצלעות BC ו-CA בהתאמה. נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF, היא מפגש התיכונים במשולש ABC. דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC, החותך את BC בנקודה K (ראה ציור). א. הוכח: $\triangle AKB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$. אם נתון: $BC = 18$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ, חשב: ב. את אורך הקטע KF. נמק. ג. את אורך הקטע FE. נמק.	
10	 נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ($BC \parallel AD$). דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-AD וישר המקביל לשוק AB. האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M, והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F (ראה ציור). נסמן: $\angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$. א. הוכח כי: $\triangle ABC \sim \triangle FDA$. ב. הוכח כי: $\angle CDM = \angle MDF$. ג. הוכח כי: $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$.	

	 נתון משולש KHE. נקודות M ו-G נמצאות על הצלעות KH ו-EH בהתאמה כך ש- $GM \parallel EK$. נקודה F נמצאת על הצלע EH. המשכית הקטעים GM ו-FK נפגשים בנקודה L (ראה ציור). נתון: $\angle KML = \angle KFH$. א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$. ב. נתון גם: $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$, $EH = 12.5$ ס"מ, $LG = 5$ ס"מ. (1) מצא את האורך של EK. (2) מצא את היחס $\frac{MH}{KH}$.	11
--	--	----

דיפרנציאלי – חקירת מנה

מבחן מספר	עמוד	שאלה	סטטוס
1	6	7	
2	57	8 – בלי סעיף ה2 יש לחשוב מה התנאי ל-2 פתרונות של משוואה ריבועית	
3	63	6 – בלי ד	
4	70	6	
5	89	6 – בלי ד	
6	117	6 – ללא ה2	

שאלות נוספות

	נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-a}{x-b}$; $a, b > 0$; $a \neq b$. המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים מקבילים זה לזה. א. הוכח כי $a = 2b$. הצב $a = 2b$, וענה על הסעיפים ב-ז (הבע באמצעות b במידת הצורך). ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים. ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק. ד. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ז. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $b < 0$.	7
--	--	---

	8 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-b)^2}{x^2-4}$, $b > 2$. א. מצא (הבע באמצעות b במידת הצורך): (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים. (2) את השיעורים של נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים. (3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן. ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה. ג. על פי הסקיצה של גרף הפונקציה, מצא את התחום שבו פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית	
	9 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+6x+12}{x^2-6x+9}$. א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים. (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים. (2) שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק. ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: $H(x) = -3f(x)$ $K(x) = (f(x))^4 + 5$ $M(x) = 2f(x-1)$ $V(x) = - f(x) - 3$	
	10 א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונלית המקיימת: - לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x = -1$, $x = 4$, $y = 0$. - הפונקציה מוגדרת לכל $x \neq -1$ ו-$x \neq 4$. - $f(0) > 0$ - $f(1.5) = 0$ - $f'(x) < 0$ רק עבור $-1 < x < 4$ - $f(x) < 0$ עבור $x > 4$ ו-$f(x) > 0$ עבור $x < -1$. (1) על פי הנתונים שבסעיף זה, שרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$. (2) על פי הגרף ששרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון בתחום $-1 < x < 4$, וקבע את סוגה. נמק. אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון. ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x) = \frac{3a-3bx}{(x^2-ax-4)^2}$. a ו-b הם פרמטרים. מצא את הפונקציה $f(x)$.	

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3m^2x$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ הביעו באמצעות הפרמטר החיובי m , במידת הצורך, את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. תחומי העלייה והירידה.
4. תחומי החיוביות והשליליות.

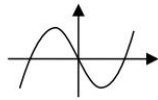
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. לפניכם טענה:

"ככל ש- m קרוב יותר ל-0, כך נקודות הקיצון של הפונקציה יהיו קרובות יותר זו לזו".

קבעו אם הטענה נכונה או שגויה. נמקו את תשובתכם.

ד. קבעו אם הפונקציה זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית. נמקו את תשובתכם.



4 א. 1. $(0,0)$, $(\sqrt{3}m, 0)$, $(-\sqrt{3}m, 0)$. 2. $\max(-m, 2m^3)$, $\min(m, -2m^3)$.

3. עולה: $m < x < m$ או $x < -m$; יורדת: $-m < x < m$.

4. חיוביות: $\sqrt{3}m < x$ או $-\sqrt{3}m < x < 0$;

שליליות: $0 < x < \sqrt{3}m$ או $x < -\sqrt{3}m$.

ב. השרטוט משמאל. ג. נכונה. ד. אי זוגית.



חקירת פונקציית שורש ריבועי- מתוך ארכימדס לכיתה יוד

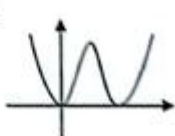
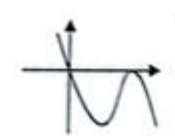
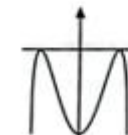
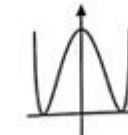
11. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקציה: $h(x) = f(x) + 3$.

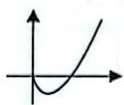
1. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ ואת סוגן.

2. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה: $h(x) = 2$.

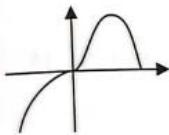
	12. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{7-x}$. א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את: 1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 4. תחומי העלייה והירידה. ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ג. היעזרו בסקיצה מסעיף ב' וקבעו, ללא מחשבון, אם הטענה נכונה: $(-5)^3 \cdot \sqrt{7+5} < (-8)^3 \cdot \sqrt{7+8}$. ד. אחד מהגרפים שלפניכם הוא גרף הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהגרפים הוא המתאים. נמקו. 1.  II.  III.  IV. 
	13. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{12-2x^2}$. א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. הראו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית. ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן. ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ו. אחד מהגרפים שלפניכם הוא גרף הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהגרפים הוא המתאים. נמקו. I.  II.  III.  IV. 
	14. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x^2+2x}$. א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את: 1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 4. תחומי העלייה והירידה. ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x)$. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
	21. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x - a \cdot \sqrt{x+8}$ בנקודה בה $x = -4$ מאונך לישר $y + 2x = 0$. א. מצאו את a. ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את: 1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 4. תחומי העלייה והירידה. ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + m$. מצאו עבור אילו ערכי m יהיו לגרף הפונקציה $g(x)$ שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-x. תזכורת לשאלה 21- מכפלת השיפועים של ישרים מאונכים היא -1

	22. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x^2 + mx + 5}$. לפניכם גרף הפונקציה $f'(x)$ החותך את הצירים בנקודות: $A(-1, 0)$ ו-B כמתואר בשרטוט. מצאו את: א. הפרמטר m ואת שיעורי הנקודה B. ב. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ג. שיעורי נקודת הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ ואת סוגה.
	23. לפונקציות $f(x) = \sqrt{2ax - x^2}$ ו- $g(x) = 3\sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ יש אותה נקודת קיצון פנימית. מצאו את: א. הפרמטר a. ב. שיעורי נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

תשובות:



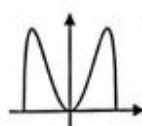
- 11) א. $0 \leq x \leq 3$. 2. $(0,0), (2.52,0)$. 3. פנימית: $(1, -3)$. בקצה התחום: $\max(0,0)$.
 4. עולה: $x < 1$; יורדת: $1 < x < 3$. השרטוט משמאל.
 ג. 1. פנימית: $\min(1, 0)$. בקצה בתחום: $\max(0, 3)$. 2. שני פתרונות.



- 12) א. $x \leq 7$. 2. $(0,0), (7,0)$. 3. פנימית: $\max(6, 216)$. בקצה התחום: $\min(7,0)$.
 4. עולה: $x < 6$; יורדת: $6 < x < 7$. השרטוט משמאל. ג. שגויה. ד. גרף II.

13)

- א. $-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$. ג. $(-\sqrt{6}, 0), (0,0), (\sqrt{6}, 0)$. ד. פנימיות: $\max(-2,8), \min(0,0), \max(2,8)$.



- ה. בקצה התחום: $\min(-\sqrt{6}, 0), \min(\sqrt{6}, 0)$.
 ו. גרף I.



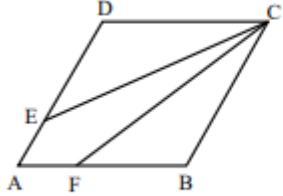
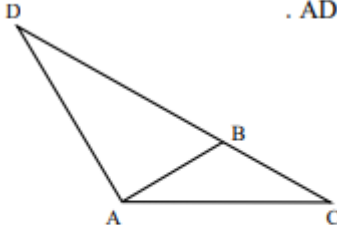
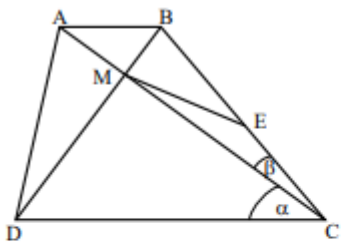
- 14) א. 1. $0 \leq x \leq 2$ או $x \leq -2$. 2. $(-2,0), (0,0)$.
 3. אין נקי קיצון פנימית. בקצה התחום: $\max(-2,0), \min(0,0)$.
 4. עולה: $x < -2$ או $0 < x < 2$; יורדת: אף x . השרטוט משמאל.
 ג. עולה: $x < -2$; יורדת: $0 < x < 2$.

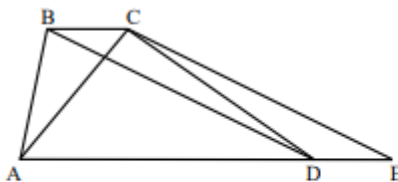
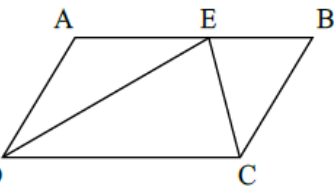
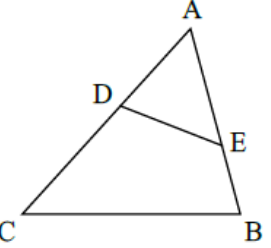
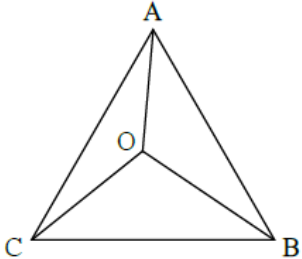
- 21) א. $a = 2$. ב. $-8 \leq x$. 2. $(0, -5.66), (8,0)$. 3. פנימית: $\min(-7, -9)$.
 קצה: $\max(-8, -8)$. 4. עולה: $x < -7$; יורדת: $-8 < x < -7$.
 ג. השרטוט משמאל. ד. $8 \leq m < 9$.

- 22) א. $m = 2, B(0, 0.45)$. ב. כל x . ג. $\min(-1, 2)$.

- 23) א. $a = 3$. ב. נקודות קיצון קצה: $\min(0,0), \min(6,0)$.

טריגונומטריה

מס	תרגיל	סטוס
1	נתון מעוין $ABCD$. E ו-F הן נקודות על הצלעות AD ו-AB בהתאמה כך ש-$AE = AF$ ו-$FB = 2AF$. נתון כי $\angle DCB = 60^\circ$. א. מצא את גודל הזווית $\angle FCB$. ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b. הבע באמצעות b את היקף המרובע $AECF$. 	
2	נתון משולש שווה-שוקיים ADC שבו $AD = AC$. נקודה B נמצאת על הצלע DC כך ש-$AB = BC$ ו-$DC = 3BC$ (ראה ציור). א. מצא את גודל הזווית במשולש ADC. ב. נתון גם כי שטח המשולש ADC הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר. BT הוא גובה לצלע AC במשולש ABC. מצא את האורך של הקטע DT. 	
3	אלכסוני הטרפז $ABCD$ מאונכים זה לזה ונפגשים בנקודה M. E היא אמצע השוק BC (ראה ציור). נתון: $\angle ACD = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $DC = a$. א. הבע באמצעות a, α ו-β את האורך של ME. נתון: $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$, $a = 6.6$ ס"מ. ב. מצא את האורך של AB. נתון גם: $BM = 1.3$ ס"מ. ג. מצא את הזווית $\angle DCB$. 	

	4  נתון טרפז $ABCD$ ($BC \parallel AD$). הנקודה E נמצאת על המשך AD כך ש- $CE \parallel BD$ (ראה ציור). נתון: $\angle CAD = 2\angle DBC$, $DB = 1.8AC$. א. מצא את גודל הזווית $\angle CEA$. ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר. מצא את גובה הטרפז.	
	5  הנקודה E נמצאת על הצלע AB במקבילית $ABCD$. נתון: $AE = 7$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ, $BE = 3$ ס"מ, $DE = 2CE$. א. חשבו את אורכי הקטעים CE ו-DE. ב. חשבו את הזווית $\angle CED$. ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.	
	6  הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AC ו-AB במשולש $\triangle ABC$. נתון: $DE = 3$ ס"מ, $AE = 4$ ס"מ. נסמן: $\angle AED = \alpha$. א. הראו שמתקיים: $AD = \sqrt{25 - 24 \cdot \cos \alpha}$. ב. נתון: שטח המשולש $\triangle ADE$ הוא חמישה סמ"ר. מצאו את α וחשבו את הזווית החדה $\angle BAC$. ג. נתון: $BE = 2$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ. חשבו את שטח המרובע $BCDE$.	
	7  (*) הנקודה O נמצאת בתוך המשולש שווה הצלעות $\triangle ABC$ שהיקפו $6b$. נתון: $\angle BAO = 35^\circ$. א. אילו אורכים של קטעים ניתן להביע באמצעות b בעזרת הנתונים? אין צורך להביע אותם. ב. נתון: $AO = b$. 1. חשבו את גודל הזווית $\angle ABO$. 2. הביעו באמצעות b את אורך הקטע CO. ג. איזה נתון מהנתונים הבאים אינו יכול לסייע לנו למצוא את b? i. $S_{\triangle ABO} = 20$ סמ"ר ii. $BO = 20$ ס"מ iii. היחס בין אורך BO לבין אורך CO. iv. הצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהקטע CO. ד. נתון: היקף המשולש $\triangle AOC$ הוא 29 ס"מ. חשבו את שטחו.	